

# In de wolken

© Marco van Oort

Je kijkt naar de horizon en denkt, waar boven hangen de wolken die ik in de verste verte kan zien? Dit kun je berekenen, als je wat verstand hebt van wiskunde en een paar dingen opzoekt. We beginnen met een aantal feiten.

## Aarde

Wikipedia ( [http://nl.wikipedia.org/wiki/Aarde\\_%28planeet%29](http://nl.wikipedia.org/wiki/Aarde_%28planeet%29) ) vertelt ons dat de aarde een diameter heeft van 12.756,274 km, dus een straal van 6.378,137 km. Ook vertelt het ons dat de omtrek van de aarde 40.074 km is. Dat klopt wel, want  $2\pi r$  (met  $r$  = de straal) kom je daar ook ongeveer op uit. Natuurlijk kloppen deze waarden niet overal op aarde, maar dat laten we achterwege.

Straal = 6.378,137 km  
Omtrek = 40.074 km

## Hoogte

We zeggen dat onze ogen op een hoogte van 1,8m zitten. De wolken zijn echter een speciaal geval. Al zoek je een tijdje op internet, zie je dat wolken een hoogte kunnen hebben van 0 meter tot boven de 10 kilometer. We nemen voor het gemak maar de stapelwolken, die een maximale hoogte van ongeveer 2 kilometer hebben.

Hoogte oog = 1,75 m  
Hoogte wolk = 2000 m

Hiermee moeten we al een heel eindje kunnen komen.

## Aanpak

Zie de afbeelding.

De straal, van het middelpunt van de aarde tot de rand van de aarde, definiëren we overal hetzelfde:

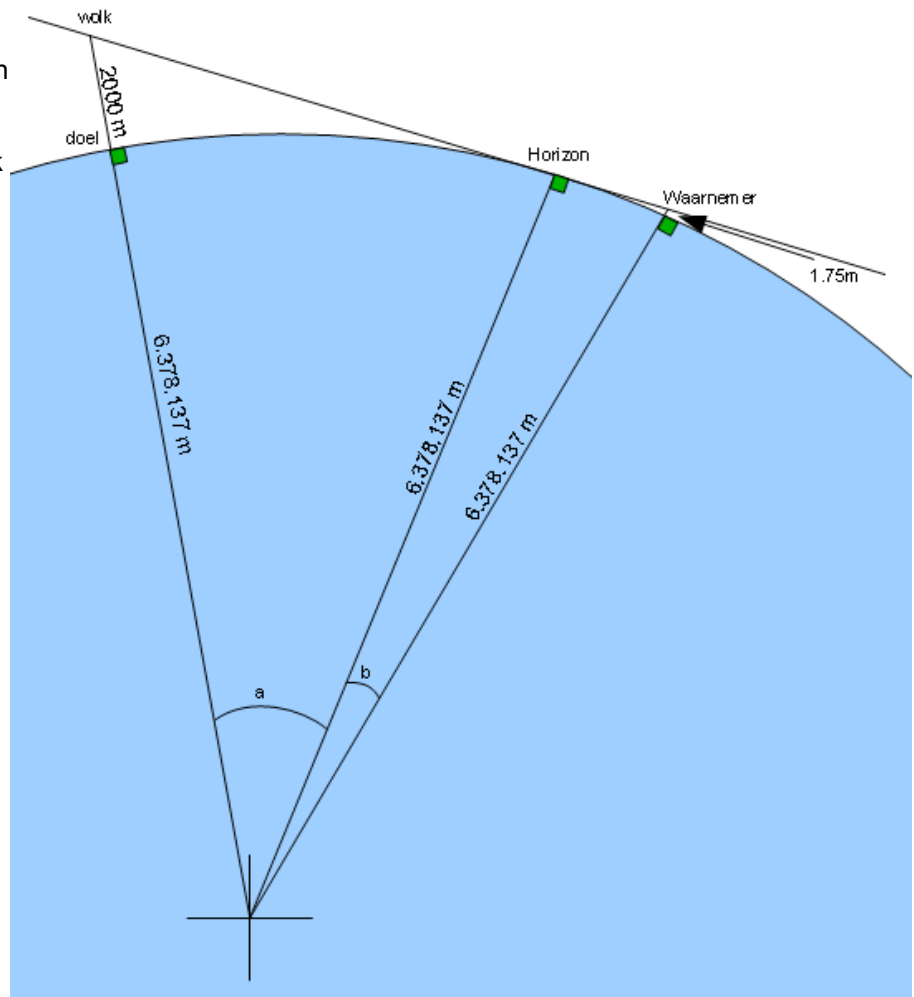
6.378.137 m

De groene vierkantjes zijn de rechte-hoek indicatoren. Omdat de lijnen gewoon de stralen van de cirkel zijn, zijn de hoeken tussen deze lijnen en de cirkel altijd 90 graden. Dit gaan we gebruiken bij een van de punten, op de horizon.

We hebben de volgende afstanden beschikbaar:

- midden aarde tot wolk
- midden aarde tot horizon
- midden aarde tot waarnemer

Omdat we in het bezit zijn van een rechte hoek onder de horizon, kunnen we met behulp van de inverse cosinus de hoeken  $a$  en  $b$  bepalen.



## Uitwerking

We gaan eerst hoek a bepalen, in graden:

$$\cos a = \frac{6.378.137}{(6.378.137 + 2.000)}$$

$$a = \cos^{-1}\left(\frac{6.378.137}{6.378.137 + 2.000}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{6.378.137}{6.380.137}\right) = 1,435^\circ$$

En dan hoek b, we letten hier even niet op de juiste significantie:

$$\cos b = \frac{6.378.137}{(6.378.137 + 1,75)}$$

$$b = \cos^{-1}\left(\frac{6.378.137}{6.378.137 + 1,75}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{6.378.137}{6.378.138,75}\right) = 0,04244^\circ$$

Dat tezamen maakt een hoek tussen het persoon en de wolk van  $1,47744^\circ$ .

We zetten dit voor de duidelijkheid even in een kruistabel:

|                 |                        |
|-----------------|------------------------|
| 1,47744° (deel) | 360° (hele aarde)      |
|                 | 40.074 km (hele aarde) |

De afstand, op de cirkel, van de waarnemer tot de plaats waar de wolk boven hangt is nu dus als volgt uit te rekenen:

$$afstand = \frac{1,47744^\circ * 40.074 \text{ km}}{360^\circ} = \frac{1,47744^\circ}{360^\circ} * 40.074 \text{ km} = 164,464 \text{ km}$$

## Controle

Natuurlijk kun je dit ook controleren met een programma. Ik heb het antwoord gecontroleerd met GeoGebra, en het blijkt te kloppen (het gaf 169 km, de graden weken ook iets af). Het bestand is ook te downloaden, zoals aangegeven op de website, samen met wat andere nuttige bestanden.

## Conclusie

Wolken die op 2000 meter hoogte hangen kun je dus, als je ogen op 1,75 meter boven het oppervlak van de aarde zitten, tot 164 km ver zien, dan moet je net over de horizon kijken. Of dit ook haalbaar is in praktijk? Waarschijnlijk niet. Je zit dan altijd met bebouwing, begroeiing, en beperking van het zicht welke de afstand tot hoever je kan kijken zwaar belemmeren. Ter illustratie, 164 kilometer is vanaf Amsterdam tot in Duitsland. Misschien is het haalbaar op een heldere dag met in de verte wat bewolking, als je op een grote open vlakte staat, zoals in een grote polder of op zee/oceaan.